

**КАЗАНСКИЙ КООПЕРАТИВНЫЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
АВТОНОМНОЙ НЕКОММЕРЧЕСКОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
ОРГАНИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЦЕНТРОСОЮЗА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ КООПЕРАЦИИ»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Специальность: 10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация: «Разработка защищенного программного обеспечения»

Формы обучения: очная

Объем дисциплины:

в зачетных единицах: 4 з.е.

в академических часах: 144 ак.ч.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Рабочая программа по дисциплине «Уравнения математической физики» по специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность, специализации «Разработка защищенного программного обеспечения», составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – специалитет по специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «26» ноября 2020 г. № 1459, профессионального стандарта 06.032 «Специалист по безопасности компьютерных систем и сетей», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 14.09.2022 г. № 533н, профессионального стандарта 06.033 «Специалист по защите информации в автоматизированных системах», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 14.09.2022 г. №525н.

Рабочая программа:

обсуждена и рекомендована к утверждению решением кафедры естественных дисциплин, сервиса и туризма от 25 марта 2025 г., протокол № 6

одобрена Научно-методическим советом Казанского кооперативного института (филиала) от 2 апреля 2025 г., протокол № 3

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	5
4. Объем дисциплины и виды учебной работы.....	6
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
5.1. Содержание дисциплины	7
5.2. Разделы, темы дисциплины и виды занятий	8
6. Практические занятия	8
семинарского типа (практические занятия)	8
7. Лабораторные работы	10
8. Примерная тематика курсовых работ (проектов)	10
9. Самостоятельная работа студента.....	10
10. Оценивание результатов обучения и уровня сформированности компетенций	18
11. Учебно-методическое обеспечение дисциплины	18
12. Перечень программного обеспечения, профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.....	20
13. Материально–техническое обеспечение дисциплины	21
Обновление рабочей программы дисциплины (модуля)	23

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины «Уравнения математической физики» заключается в формировании у студентов целостной и системной картины взаимосвязи фундаментальных законов природы с их строгими математическими моделями. Мы стремимся не просто передать набор методов, а воспитать **математическое мышление**, способное переводить физические задачи (связанные с распространением тепла, волновыми процессами, диффузией, стационарными состояниями) на язык дифференциальных уравнений и грамотно анализировать полученные модели.

Основные задачи дисциплины «Уравнения математической физики» в рамках подготовки специалиста по компьютерной безопасности:

1. Обеспечить усвоение системы фундаментальных знаний (понятий, методов и теорем) уравнений математической физики, необходимых для их последующего применения в теоретических и прикладных исследованиях.

2. Сформировать навыки практического применения аппарата математической физики, включая постановку краевых задач, их аналитическое решение и построение математических моделей для описания реальных процессов и объектов.

3. Способствовать развитию абстрактно-логического мышления, углублению теоретических знаний и повышению общего уровня математической культуры будущих специалистов.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы – программы специалитета по специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность специализация «Разработка защищенного программного обеспечения».

Код компетенции	Предшествующие дисциплины (модули), практики	Изучаемые в текущем семестре дисциплины (модули), практики	Последующие дисциплины (модули), практики
ОПК-3 (ОПК-3.3, ОПК-3.4)	-	Уравнения математической физики	Философия История России Иностранный язык Безопасность жизнедеятельности Основы информационной безопасности Операционные системы Компьютерные сети Система управления базами данных Защита в операционных

			системах Физика Основы программирования Методы программирования Дифференциальные уравнения Дискретная математика Математический анализ II
--	--	--	--

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Изучение дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций.

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования совокупности	Знать Основные понятия и модели и методы математической физики; математические формулировки основных понятий и утверждений; основные методы решения задач математической физики; основные программные средства, используемые для решения уравнений в частных производных. Уметь Выбирать и анализировать методы математической физики решения поставленной задачи и средства программного обеспечения (в том числе специализированного) для их реализации. Владеть навыками применения математического аппарата для теоретического анализа, методами планирования и проведения экспериментов, технологиями статистической обработки и визуализации результатов исследований
	ОПК-3.4. Демонстрирует умение обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов	Знать методы математического моделирования и оптимизации, алгоритмы решения стандартных задач профессиональной деятельности, критерии выбора методов решения задач, требования к обоснованию принимаемых решений Уметь выбирать и обосновывать применение математических методов для решения стандартных профессиональных задач, разрабатывать

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения
		и реализовывать алгоритмы решения задач, оценивать эффективность и точность полученных результатов Владеть методами разработки и реализации процедур решения стандартных профессиональных задач, навыками обоснования выбора методов решения, технологиями применения программных средств для реализации математических методов

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Объем дисциплины и виды учебной работы в академических часах с выделением объема контактной работы обучающихся с преподавателем и самостоятельной работы обучающихся

очная форма обучения

Вид учебной деятельности	ак.часов	
	Всего	По семестрам 5
1. Контактная работа обучающихся с преподавателем:	69	69
Аудиторные занятия, часов всего, в том числе:	68	68
• занятия лекционного типа	34	34
• занятия семинарского типа:	34	34
практические занятия	34	34
лабораторные занятия	-	-
в том числе занятия в форме практической подготовки	-	-
Иная контактная работа:	1	1
Контроль самостоятельной работы (КСР)	0,5	0,5
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5
2. Самостоятельная работа студентов всего, в том числе	39	39
- подготовка курсовой работы	-	-
- проработка учебного (теоретического) материала	13	13
- выполнение домашних заданий по практическим занятиям	13	13
- подготовка к зачету	13	13
Промежуточная аттестация: экзамен	36	36
ИТОГО:		
общая трудоемкость	часов	144
	зач. ед.	4

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Постановка и классификация задач математической физики

Предмет и задачи математической физики, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду

Тема 2. Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения

Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение.

Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения.

Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны.

Тема 3. Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения

Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. δ -функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина.

Тема 4. Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала

Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле.

Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к Интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях.

Тема 5. Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики

Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное,

$\sin$ -, $\cos$ - преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики.

5.2. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Виды занятий, включая самостоятельную работу студентов (в часах)			Индикаторы достижения компетенций
		занятия лекционного типа	занятия семинарского типа / из них в форме практической подготовки (лабораторные работы)	самостоятельная работа	
1	Постановка и классификация задач математической физики	6	6/0	7	ОПК-3.3, ОПК-3.4
2	Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения	6	6/0	8	ОПК-3.3, ОПК-3.4
3	Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения	7	7/0	8	ОПК-3.3, ОПК-3.4
4	Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала	7	7/0	8	ОПК-3.3, ОПК-3.4
5	Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики	7	7/0	8	ОПК-3.3, ОПК-3.4
Всего		34	34/0	39	

6. Практические занятия

семинарского типа (практические занятия)

№ занятия	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Форма текущего контроля	Объем (час.) Очная форма обучения
1	1	Уравнения в частных производных, порядок, линейность, однородность, примеры. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны и малых продольных колебаний стержня, интегральный закон сохранения количества движения. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Вывод уравнения теплопроводности, интегральный закон сохранения энергии. Вывод уравнения диффузии, интегральный закон сохранения количества вещества. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Вывод уравнений	Решение задач Контрольная работа	6

		гидродинамики и акустики. Уравнения установившихся процессов. Граничные условия. Постановка задач. Классификация уравнений 2-го порядка многих переменных. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными, характеристическое уравнение и характеристики. Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с постоянными коэффициентами). Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с переменными коэффициентами). Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к простейшему виду. Основные уравнения. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Классификация уравнений 2-го порядка многих переменных. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с постоянными коэффициентами). Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с переменными коэффициентами). Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к простейшему виду.		
2	2	Метод характеристик решения уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Решение задач на полупрямой для одномерного волнового уравнения. Решение задачи Коши для уравнения гиперболического типа в пространстве и на плоскости. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений гиперболического типа. Метод характеристик решения уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Решение задач на полупрямой для одномерного волнового уравнения. Метод продолжений. Метод характеристик. Решение задачи Коши для уравнения гиперболического типа в пространстве и на плоскости. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений гиперболического типа.	Решение задач Контрольная работа	6
3	3	Решение начально-краевых задач для уравнений параболического типа. Метод Фурье. Метод Фурье решения неоднородных задач для уравнений параболического типа. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Решение начально-краевых задач для уравнений	Решение задач Контрольная работа	7

		параболического типа. Метод Фурье. Метод Фурье решения неоднородных задач для уравнений параболического типа. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Метод продолжений решения задач на полупрямой.		
4	4	Гармонические функции. Основные свойства. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в простейших областях. Метод Фурье. Метод Пуассона в круге и кольце. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в простейших областях. Метод Фурье. Метод Пуассона в круге и кольце.	Решение задач Контрольная работа	7
5	5	Преобразование Лапласа, Преобразование Фурье (экспоненциальное). $\sin$ -, $\cos$ -преобразования Фурье на полупрямой, конечные преобразования Фурье. Преобразование Лапласа, Преобразование Фурье (экспоненциальное). $\sin$ -, $\cos$ -преобразования Фурье на полупрямой, конечные преобразования Фурье.	Решение задач Контрольная работа	7
		Всего		34

7. Лабораторные работы

Практические занятия не предусмотрены.

8. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

9. Самостоятельная работа студента

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Базы данных» направлена на:

- освоение нормативных правовых актов и учебной литературы, необходимых для освоения дисциплины;
- самостоятельный поиск информации в Интернете и других источниках;
- выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- подготовку к зачету.

Краткие рекомендации по выполнению самостоятельной работы:

Успешное усвоение дисциплины предполагает большой, упорный, серьезный, систематический труд студентов. Важнейшая его составная часть – выполнение разных видов самостоятельной работы.

1. **Составление тематического конспекта** на основе изученной основной и дополнительной учебной литературы. В тематическом конспекте за основу берется содержание темы, вопросы для обсуждения.

Этапы работы.

1.1 Конспектирование делается только после того, как прочитан или усвоен материал для конспектирования.

1.2. Необходимо мысленно или письменно составить план конспекта. По этому плану и будет строиться конспект далее.

1.3. Составление самого конспекта. Можно сказать, что конспект – это расширенные тезисы, дополненные рассуждениями и доказательствами, содержащимися в материалах для конспекта, а также собственными мыслями и положениями составителя конспекта.

Писать конспект рекомендуется четко и разборчиво. В конспекте можно выделять места текста в зависимости от их значимости. Для этого применяются различного размера буквы, подчеркивания, замечания на полях.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерное содержание контрольных работ

Контрольная работа

1. Контрольная работа №1: "Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка".

Цель работы: проверить умение классифицировать уравнения (гиперболический, параболический, эллиптический тип) и приводить их к каноническому виду методом характеристик, а также к простейшему виду для уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Контрольная работа №2: "Решение задач Коши и начально-граничных задач для уравнений гиперболического и параболического типов".

Цель работы: проверить навыки применения метода характеристик (формула Даламбера) для решения задачи Коши на всей прямой, а также методов неопределенных коэффициентов и продолжений для решения задач на полупрямой.

3. Контрольная работа №3: "Решение смешанных задач методом Фурье (метод разделения переменных)".

Цель работы: проверить умение применять метод Фурье для решения краевых задач для уравнения колебаний (гиперболического типа) и уравнения теплопроводности (параболического типа) на отрезке с различными граничными условиями.

ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

Вариант 1

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad x < 0.$

б) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 7y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} + 3u_x + 6u_y = 0.$$

3. Определить область, в которой уравнение $y^2 u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$ является гиперболическим, и привести его к каноническому виду в этой области.

Вариант 2

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad x > 0.$

б) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} + u_x + 2u_y = 0.$$

3. Найти общее решение уравнения $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0.$

Вариант 3

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad x \neq 0, y \neq 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$3u_{xx} - 5u_{xy} - 2u_{yy} + 3u_x + u_y = 0.$$

3. Привести к каноническому виду и найти общее уравнение $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0.$

ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №2

Вариант 1

Найти решение задачи Коши:

- а) $u_{xx} - u_{xy} - 12u_{yy} = 0$, $-\infty < x < \infty, y > 0$; $u|_{y=0} = e^x$, $u_y|_{y=0} = 0$.
 б) $u_{tt} = u_{xx} + x \sin t$, $t > 0, -\infty < x < \infty$; $u|_{t=0} = 3e^{-x}$, $u_t|_{t=0} = \frac{1}{1+x}$.

Решить начально-граничные задачи:

- а) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = x^2$, $u_t(x, 0) = x$, $u(0, t) = t^2$.
 б) $4u_{tt} = u_{xx} + 6x$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = \cos x$, $u_t(x, 0) = 0$, $u_x(0, t) = \sin t$.
 в) Решить задачу: $u_t = u_{xx}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = 0$, $u(0, t) = t$.

Вариант 2

Найти решение задачи Коши:

- а) $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$, $-\infty < x < \infty, y > 0$; $u|_{y=0} = 0$, $u_y|_{y=0} = \sin x$.
 б) $u_{tt} = 9u_{xx} + x^2 + t^2$, $t > 0, -\infty < x < \infty$; $u|_{t=0} = x^2 \sin x$, $u_t|_{t=0} = \cos 2x$.

Решить начально-граничные задачи:

- а) $u_{tt} = u_{xx}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = \sin x$, $u_t(x, 0) = 1$, $u_x(0, t) = \cos t$.
 б) $u_{tt} = 9u_{xx} + xe^{-(x+t)}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = 1 + x$, $u_t(x, 0) = 1 - \cos x$, $u(0, t) = \cos t$.
 в) Решить задачу: $u_t = 4u_{xx}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = e^{-x}$, $u_x(0, t) = 0$.

Вариант 3

Найти решение задачи Коши:

- а) $u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} = 0$, $-\infty < x < \infty, y > 0$; $u|_{y=0} = \cos x$, $u_y|_{y=0} = 1 - \sin x$.
 б) $u_{tt} = 4u_{xx} + (x + t)^2$, $t > 0, -\infty < x < \infty$; $u|_{t=0} = \ln(x^2 + 1)$, $u_t|_{t=0} = \cos 2x$.

Решить начально-граничные задачи:

- а) $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = x^3$, $u_t(x, 0) = 3x^2$, $u_x(0, t) = 9t$.
 б) $2u_{tt} = 5u_{xx} + xe^{-x}$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = x$, $u_t(x, 0) = \sin x$, $u(0, t) = \sin t$.
 в) Решить задачу: $u_t = u_{xx} + \sin x$, $x > 0, t > 0$; $u(x, 0) = 0$, $u(0, t) = t$, $u_x(\pi, t) = 0$.

ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №3

Замечание: Во всех задачах предполагается применение метода Фурье (разделения переменных).

Вариант 1

Решить смешанные задачи:

а) (Уравнение колебаний)

$$u_{tt} = 36u_{xx}, \quad t > 0, 0 < x < 1;$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 5 \sin(\pi x), \quad u_t(x, 0) = 0.$$

б) (Уравнение теплопроводности с источником)

$$u_t = u_{xx} + u + xt(2 - t), \quad t > 0, 0 < x < \pi;$$

$$u_x(0, t) = t^2, \quad u_x(\pi, t) = t^2,$$

$$u(x, 0) = \cos 2x.$$

в) Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 < x < a, 0 < y < b;$$

$$u(0, y) = 0, \quad u(a, y) = 0,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u(x, b) = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right).$$

Вариант 2

Решить смешанные задачи:

а) (Уравнение колебаний со смешанными граничными условиями)

$$u_{tt} = 16u_{xx}, \quad t > 0, 0 < x < 1;$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = \cos x, \quad u_t(x, 0) = \cos x.$$

б) (Уравнение теплопроводности)

$$u_t = u_{xx} + u, \quad t > 0, 0 < x < l;$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 1.$$

в) Решить задачу для уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями, предварительно сведя их к однородным:

$$u_t = u_{xx}, \quad t > 0, 0 < x < 1;$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = 0.$$

Вариант 3

Решить смешанные задачи:

а) (Неоднородное уравнение колебаний)

$$u_{tt} = 4u_{xx} + t, \quad t > 0, 0 < x < l;$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(l, t) = t,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

б) (Уравнение теплопроводности)

$$u_t = 9u_{xx} + 2u, \quad t > 0, 0 < x < l;$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = 1.$$

в) Решить задачу для уравнения колебаний струны со свободными концами:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, 0 < x < l;$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(l, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

Примерный вариант теста

Примеры тестовых заданий для контроля знаний

1. Указать характеристики уравнения $u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$.

1. $\frac{dy}{dx} = \pm x$
2. $\frac{dy}{dx} = \pm x^2$
3. $\frac{dy}{dx} = \pm \frac{1}{x}$
4. $\frac{dy}{dx} = \pm 1$

2. Указать замену переменных, приводящую уравнение $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$ к каноническому виду.

1. $\xi = y - x, \eta = y - 3x$
2. $\xi = y + x, \eta = y + 3x$
3. $\xi = y, \eta = 3y - x$
4. $\xi = x, \eta = 3x - y$

3. Указать каноническую форму уравнения $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$.

1. $u_{\xi\xi} = 0$
2. $u_{\eta\eta} = 0$
3. $u_{\xi\eta} = 0$
4. $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} = 0$

4. Указать тип уравнения $u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} = 0$.

1. Гиперболический
2. Эллиптический
3. Параболический
4. Смешанный

5. Уравнение теплопроводности $u_t = a^2 u_{xx}$ относится:

1. к эллиптическому типу
2. к параболическому типу
3. к гиперболическому типу
4. к смешанному типу

6. Какой пункт определяет первую краевую задачу (задачу Дирихле) для уравнения Пуассона в круге?

1. $\Delta u = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega; \quad \frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma} = \mu(x, y)$
2. $\Delta u = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega; \quad u|_{\Gamma} = \varphi(x, y)$
3. $\Delta u = 0, \quad (x, y) \in \Omega; \quad u|_{\Gamma} = \varphi(x, y)$
4. $\Delta u = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega; \quad u|_{\Gamma} = 0$

7. Какой пункт определяет задачу Коши для уравнения теплопроводности на прямой?

1. $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, -\infty < x < \infty; \quad u(x, 0) = \varphi(x)$
2. $u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, -\infty < x < \infty; \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x)$
3. $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, x > 0; \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad u(0, t) = \mu(t)$
4. $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, -\infty < x < \infty; \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x)$

8. Метод Фурье решения краевых задач заключается в:

1. поиске решения в виде ряда по собственным функциям соответствующей задачи Штурма-Лиувилля
2. поиске решения с помощью интеграла Фурье
3. поиске решения в виде произведения функций, каждая из которых зависит только от одной переменной
4. применении преобразования Фурье к уравнению

9. Формула Даламбера представляет собой решение задачи Коши для:

1. уравнения теплопроводности на прямой
2. уравнения Пуассона
3. волнового уравнения на прямой
4. уравнения Лапласа в полуплоскости

10. Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности с однородными граничными условиями:

1. стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$
2. стремится к константе при $t \rightarrow \infty$
3. является периодической функцией времени
4. неограниченно возрастает при $t \rightarrow \infty$

11. Фундаментальным решением уравнения Лапласа $\Delta u = 0$ в пространстве R^3 является функция:

1. $1/4\pi r$
2. $(1/2\pi)\ln r$
3. $1/r^2$
4. e^{-r^2}

12. Интеграл Пуассона дает решение задачи Дирихле для:

1. волнового уравнения в круге

2. уравнения теплопроводности на отрезке
3. уравнения Лапласа в круге
4. уравнения Пуассона в шаре

Перечень вопросов, выносимых на экзамен

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
5. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.
6. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках
7. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера
8. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.
9. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.
10. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений.
Формула Пуассона. Физический смысл решения.
11. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
12. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).
13. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.
14. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.
15. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).
16. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.

17. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.
18. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.
19. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
20. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.
21. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)
22. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).
23. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)
24. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).
25. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, $\sin$, $\cos$ -преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).

Перечень компетенций (части компетенции) проверяемых оценочным средством контрольные вопросы ОПК-3 (ОПК-3.3, ОПК-3.4)

10. Оценивание результатов обучения и уровня сформированности компетенций

Оценивание результатов обучения по дисциплине и уровня сформированности компетенций (части компетенции) осуществляется в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в соответствии с оценочными материалами.

11. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Сабитов, К. Б. Уравнения математической физики : учебник : в 2 частях / К. Б. Сабитов. – 4-е изд. (эл.). – Москва : Лаборатория знаний, 2024 – Часть 1 – 2024. – 326 с. – ISBN 978-5-93208-620-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/387614>.
2. Сабитов, К. Б. Уравнения математической физики : учебник : в 2 частях / К. Б. Сабитов. – 4-е изд. (эл.). – Москва : Лаборатория знаний, 2024 – Часть 2 – 2024. – 258 с. – ISBN 978-5-93208-621-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL:

<https://e.lanbook.com/book/387617>.

3. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учебное пособие для вузов / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 216 с. – ISBN 978-5-507-49441-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/390614>.

Дополнительная литература:

1. Будаков, Б. М. Сборник задач по математической физике : учебное пособие / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 4-е, изд. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 688 с. – ISBN 5-9221-0311-3. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/63669>.

2. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – 2-е изд., стер. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с. – ISBN 978-5-9221-0310-7. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/169279>

3. Голоскоков, Д. П. Курс математической физики с использованием пакета Maple : учебное пособие / Д. П. Голоскоков. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2015. – 576 с. – ISBN 978-5-8114-1854-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/67461>.

4. Ефремов, Ю. С. Методы математической физики в пакете символьной математики Maple : учебник для вузов / Ю. С. Ефремов, М. Д. Петропавловский. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 300 с. – (Высшее образование). – ISBN 9785-534-05278-7. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/563483>

5. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / А. А. Вашарин, В. С. Владимиров, Х. Х. Каримова [и др.] ; под редакцией В. С. Владимирова. – 4-е, изд. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с. – ISBN 978-5-9221-0309-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/59314>

6. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 2009. 404 с. [Электронный ресурс].- Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59551>.

7. Тихонов А.Н., А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 2004. 798 с.

Электронные библиотечные системы (ЭБС) и электронные образовательные ресурсы

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>

2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН»
<http://www.biblioclub.ru/>

3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com

ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springerprotocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru> *Информационные справочные системы*
1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

12. Перечень программного обеспечения, профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины

Лицензионное программное обеспечение, в том числе отечественного производства:

– DsktpEdu ALNG LicSARk OLV F1 1Y Acdmc Ent (MS Windows) (подписка на ПО).

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства:

– 7-Zip (свободный файловый архиватор с высокой степенью сжатия данных) (отечественное ПО).

– FastStone Image Viewer (программа для просмотра изображений в Microsoft Windows (лицензия бесплатного программного обеспечения)).

– Foxit Reader (Бесплатное прикладное программное обеспечение для просмотра электронных документов в стандарте PDF (лицензия бесплатного программного обеспечения)).

– Indigo (система программ для создания и проведения компьютерного тестирования знаний).

– Google Chrome, ЯндексБраузер (браузер).

– Adobe Acrobat Reader DC (ПО для просмотра, печати и комментирования документов в формате PDF)

– Visual Studio Code (интегрированная среда разработки программного обеспечения)

Профессиональные базы данных не используются.

Информационные справочные системы:

– СПС КонсультантПлюс. Компьютерная справочная правовая система, широко используется учеными, студентами и преподавателями (подписка на ПО)

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечивается индивидуальным неограниченным доступом к электронно-библиотечной

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечивается индивидуальным неограниченным доступом к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде.

13. Материально–техническое обеспечение дисциплины

Образовательный процесс обеспечен учебными аудиториями для проведения учебных занятий, а именно для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещениями для самостоятельной работы студентов.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа

Рабочее место преподавателя (стол, стул), рабочие места обучающихся, доска для написания мелом, кафедра.

Технические средства обучения: персональный компьютер-1, мультимедийное оборудование (проектор, проекционный экран) - 1

Учебная аудитория для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Рабочее место преподавателя (стол, стул), рабочие места обучающихся, доска для написания мелом, кафедра.

Технические средства обучения: персональный компьютер-1, мультимедийное оборудование (проектор, проекционный экран) – 1.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет»

и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду института.

Рабочие места обучающихся.

Технические средства обучения: персональный компьютер - 13.

Учебные аудитории соответствуют действующим противопожарным правилам и нормам, укомплектованы учебной мебелью.

Обновление рабочей программы дисциплины (модуля)

Наименование раздела рабочей программы, в который внесены изменения

(измененное содержание раздела)

обсуждено и рекомендовано к утверждению решением кафедры
наименование кафедры

от ____ 20__ г., протокол № ____

одобрено Научно-методическим советом ____ от ____ 20__ г.,
протокол № ____